



УДК 911.5:168.2:51–7(571.53)

<https://doi.org/10.26516/2073-3402.2023.43.102>

Классификация геосистем: аксиоматический подход

А. К. Черкашин*

Институт географии им. В. Б. Сочавы СО РАН, г. Иркутск, Россия

Аннотация. С учетом опыта решения задач классификации в физике и биологии формулируются основные принципы (аксиомы), которым должна удовлетворять естественная классификация геосистем. Для моделирования структуры типологии и классификации геосистем используются математические методы расслоения пространства признаков, теории групп и функциональных пространств. Интертеория создается по образцу общей теории систем на различных уровнях формализации: от систем квантовых чисел, собственных значений и переменных величин к системам геоинформационных функций, функционалов оценки вероятностей, операторов преобразования функций для описания состояний (таксономических позиций) и их квантовых переходов. На нижнем уровне квантования схема аксиоматизации предполагает существование универсального фасетного пространства рядов группы целых чисел классификационного кода, ограничений на длину рядов и правил изменения чисел кода при квантовых переходах. Удовлетворяющие этим требованиям треугольные структуры классификации выделяются при систематике фаций южной тайги Нижнего Приангарья.

Ключевые слова: теория классификации, аксиомы теории, типологическое расслоение, главное расслоение, теоретико-групповые связи, классификация фаций, южная тайга Нижнего Приангарья.

Благодарности. Исследование выполнено за счет средств государственного задания АААА-А21-121012190056-4.

Для цитирования: Черкашин А. К. Классификация геосистем: аксиоматический подход // Известия Иркутского государственного университета. Серия Науки о Земле. 2023. Т. 43. С. 102–126. <https://doi.org/10.26516/2073-3402.2023.43.102>

Original article

Classification of Geosystems: Axiomatic Approach

A. K. Cherkashin*

V. B. Sochava Institute of Geography SB RAS, Irkutsk, Russian Federation

Abstract. Using the experience of solving classification problems in quantum mechanics and biology, the basic principles (axioms) that the natural classification of geosystems should satisfy are formulated. The science resolves research problems from three independent positions: describing phenomena, highlighting fundamental laws and classifying objects. Classification is the relation structure of various types of objects (taxa), usually in the form of a graph. Geography classifies not territorial objects, but varieties of the environment (geomers) in which these objects manifest themselves to varying degrees. The classification theory is an intertheory that describes processes and phenomena in nature and society in a through way. Mathematical methods of feature space bundle, group theory and functional spaces are used to model the structure of typology and classification. The inter-

theory is created on the general theory of systems at various levels of formalization: from systems of quantum numbers, eigenvalues and variables to systems of geoinformation functions, probability estimation functionals, function transformation operators for describing states (taxonomic positions) and their quantum transitions. At the lower level of quantization, the axiomatization scheme assumes the existence of a universal facet space of series of integers of the classification code, restrictions on the length of the series and rules for changing the numbers of the code during quantum transitions. Triangular classification structures satisfying these requirements were identified at the systematics of the facies of the southern taiga of the Lower Angara region.

Keywords: classification theory, axioms of theory, typological bundle, principal bundle, group-theoretic relations, facies classification, southern taiga of the Lower Angara region.

For citation: Cherkashin A. K. Classification of Geosystems: Axiomatic Approach. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Earth Sciences*, 2023, vol. 43, pp. 102–126. <https://doi.org/10.26516/2073-3402.2023.43.102> (in Russian)

Введение

В науке существует три обширных и самостоятельных поля исследовательской деятельности: описание и выявление в изучаемом объекте его уникальности (идеографический подход), поиск фундаментальных законов (номотетический метод) и классификация разнообразия наблюдаемых объектов и явлений. В результате их совместной работы происходит поэтапная интеграция и концентрация информации о связях величин и типах проявления этих связей. Законы жизни природы и общества невозможно понять и применять без оценки сходства и различий наблюдаемых явлений, без использования классификационного знания. С другой стороны, в основе классификационных (К) построений лежат собственные законы систематизации объектов. Исторически в процессе познания процедуры систематизации сразу следуют за описанием объектов и явлений как средство первичного упорядочивания наблюдений и опытов по критериям их сходства. В этом смысле классификация предшествует поиску причинно-следственных отношений между распознаваемыми объектами. Такие отношения оформляются в теоретические модели, которые противостоят системам знаний, представленным в классификациях [Розов, 1995]. Наконец, появляется потребность в моделях знаний, в которых обобщаются и формализуются принципы построения классификаций и их использования для обоснования выводов.

Особенно ярко прикладная важность классифицирования проявляется в географии [Сочава, 1972, 1978], что связано прежде всего с необходимостью создания картографических произведений [Тикунов, 1997], в основе которых лежат легенды карт, отражающих систематику, типизацию, классификацию и районирование географических объектов. Понятно, что каждая классификация картографически изображается, когда удастся участкам территории сопоставить конкретный классификационный тип. Наглядная объективность этой связи в географических исследованиях делает географию одной из наук, в которой потребность в разработке классификаций является практически значимой для объяснения причин наблюдаемых явлений и их характеристик.

Классификация существует во всех науках как особый способ познания, основанный на специальной упорядоченности данных и знаний. Принципы и схемы этого порядка во многом зависят от специфики решаемых задач конкретной области знаний, а также от теоретического уровня развития науки.

Сравнительный анализ разных подходов при разработке классификаций дает возможность выделить основные проблемы классиологии [Розова, 1986; Rozhkov, 2012] как науки о создании классификаций и наметить пути их решения.

Для придания конструктивного характера К-построениям необходимо учесть известные положения географической систематики и тот обширный опыт, который накоплен в других науках, в частности в физике и биологии, по созданию конкретных классификаций и выделению принципов классиологии. Основные проблемы, связанные с классификацией, в течение долгого времени обсуждались и развивались философами, математиками, представителями естественных и общественных наук [Розова, 1986; Субботин, 2001; Mirkin, 1996; Restrepo, Pachón, 2007; Parrochia, Neuville, 2013; Parrochia, 2020] как в аспекте логики и методологии познания, так и в практике построения конкретных классификаций. Причем практические достижения заметно ускоряли понимание сущностных свойств К-процесса, раскрывая неизвестные закономерности естественных связей и приводя к формированию объяснительных теорий [см. Черкашин, 2020, 2021]. Ставится задача переосмыслить имеющиеся знания и дать вариант теоретико-аксиоматического объяснения структуры естественных К-схем на примере классификации географических систем.

Основные понятия и концептуальные модели

Классификация – это способ систематического упорядочивания данных и знаний об объектах действительности, в котором таксономическая позиция класса естественно определяется и определяет свойства объектов данного типа (таксономической единицы) (рис. 1). Классификация признаков объектов по категориям и градациям называется мерономией, объектов по типам – таксономией. В рамках каждой из них реализуется своя типология и классификация. Типологией (типологизацией) называются методы выделения и отнесения объектов к определенному дискретному типу; они связаны с процедурами распознавания – диагностики, идентификации.

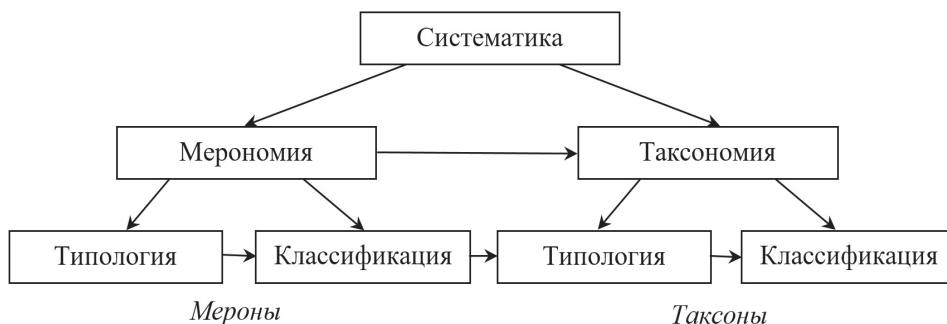


Рис. 1. Уровни исследовательского процесса в области классифицирования

По поводу соотношения биологической таксономии, классификации и систематики сложилось мнение [Тахтаджян, 1987; Simpson, 1961; Мауг, Ashlock, 1991] рассматривать систематику как науку о многообразии живых организмов и родственных отношениях между ними, а таксономию как раздел систематики, занимающейся принципами, методами и правилами классификации организмов, т. е. систематика имеет дело с реальными группами организмов – таксонами, а таксономия занимается созданием учения о таксономических категориях в виде системы формирования информативной и удобной в использовании естественной классификации. Классификация – задание структуры связи различных типов (таксонов) в виде графа, узлами которого являются одно- и разноранговые таксоны, а ребра-линии или стрелки задают их отношения. В географии классификация отражает естественную иерархию географических систем отдельно в рядах геомеров и геохор [Сочава, 1978]. В систематике любой тип геосистем последовательно принадлежит ко всем выше по рангу таксонам. Иерархия обычно представляется в виде вложенных таблиц (таблиц в таблице) описания геосистем в легендах ландшафтных карт [Ландшафты юга Восточной ... , 1977].

Система связи меронов соответствует архетипу – плану строения и минимальной модели-образа объектов классификации данной предметной области. В географии архетип представлен вложенной территориальной структурой типа изолинейного гипсометрического изображения горного рельефа, треугольного картоида идеального материка с его широтно-зональной дифференциацией, схемы Земли в разрезе из нескольких геологических оболочек, модели Тюнена изолированного государства с концентрическим распределением специализации сельскохозяйственного производства и т. д. Система связи таксонов соответствует иерархической классификации, в плановой проекции похожей на концентрический архетип [Черкашин, 2021]. Такая классификация становится надстройкой над структурой архетипа. Классификация и соответствующий ей архетип являются статическими моделями таксономического разнообразия: они не изменяются во времени, так что эволюционный процесс имеет смысл рассматривать как траекторию движения по схеме классификации с указанием реализованных таксономических позиций.

Филогенетическая таксономия как самостоятельное направление занимается классификацией групп организмов согласно степени их эволюционных связей. Филогенетика базируется на материалах различных наук и методах фенетики и кладистики. В основе кладистики лежат строгая схема аргументации при реконструкции родственных отношений между таксонами и требование взаимно однозначного соответствия между филогенетической реконструкцией и иерархической классификацией. Моделью филогенетического анализа являются филограммы – филогенетические деревья (дендрограммы), отражающие эволюционные связи между различными видами организмов или таксонов. Частные модели филограммы – кладограммы.

Элементарной ячейкой кладограммы является структура (рис. 2, а), содержащая корень (O), терминальные группы (A , B , C), ноды – узлы ветвления (M , N) и интерноды (MN , NC) – ветви, линии или векторы, соединяющие уз-

лы [Wheeler, 2012]. Содержание кладограммы исчерпывается порядком ветвления. В основном используется бифуркационная схема, в которой к каждому узлу подходят ровно три ветви – одна входящая ветвь и две исходящие, т. е. от одного предка происходит ровно два потомка. В географической систематике (см. рис. 2, *a*) линия OA может рассматриваться как направление высотно-поясной дифференциации, а боковые ветви MB и NC – в качестве внутривысотных градаций порядка (серийности) геосистем. Корневой вершине O кладограммы соответствуют зональные геомы, позиции A – высокогорные нивально-гляциальные образования. Ноды M и N – геосистемы зонального типа, наиболее отражающие в данном высотном поясе зональные нормы, B и C – серийные геосистемы, в высокой степени видоизмененные факторным воздействием.

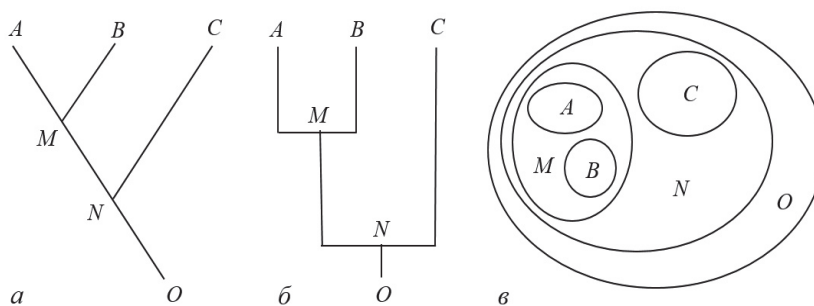


Рис. 2. Линейная (гребенка Хеннига) кладограмма (*a*), дихотомическая кластерная фенограмма (*б*) и факторная рельефная схема вложения таксонов (*в*) – диаграмма Венна (пояснения в тексте)

Элементарные кладограммы рис. 2, *a*, *б* отражают схему удвоения таксономических позиций. Они объединяются в дендрограммы ациклических графов высокой сложности. Иерархическая структура в проекции на плоскость представляет собой систему-архетип вложения таксонов (рис. 2, *в*) с увеличением их объемов сверху вниз. Архетип типа природной среды O соответствует распределению площади разновидностей геомов территории и их таксономических объединений – структуре эпигеома – множества геомов, связанных с зональным типом (типом природной среды). Появление новых элементов географического разнообразия (геомеров и соответствующих таксонов) происходит «в недрах» зональных геосистем под влиянием трансформирующих факторов ландшафтообразования. Особенностью географической классификации является то, что на каждый уровень редуцированно проецируются зональные черты геосистем типа природной среды: $O \rightarrow N \rightarrow M$. В схеме (см. рис. 2, *б*) эта межуровневая связь представлена группами из трех упомянутых элементов (M, N, C) и (A, M, B), т. е. в географии классификация реально строится по принципу не удвоения, а утроения [Черкашин, 2021].

На стадии типологизации систематики руководствуются следующими принципами [Шипунов, 1999]. Типизация должна быть разбиением (расслоением), т. е. объект или таксон включаются в состав только одного надтаксона – они не могут относиться сразу к двум группам одинакового ранга. Признаки дифференциации должны быть альтернативными, взаимоисключающими, независимыми, а также информационно значимыми для выделения инвариантных характеристик. Число признаков должно быть полно, достаточно для различения таксонов. Категоризация меронов и квантификация таксонов решается как математическая задача на собственные числа, значения, векторы и функции уравнений модели архетипа [Черкашин, 2020].

Существуют многочисленные K-представления (модели) знаний. Они с разным успехом используются в различных науках, поэтому K-подход является сквозной методологией (системой методов), общей для разных исследований, что подразумевает существование классификационной системы K-систем как единого системообразующего основания предмета науки, описывающего действительность в целом. Необходимо выделить и показать образец того, что обязательно есть во всех моделях классификации, построить теорию классификации, используя адекватные математические формализации.

Аксиоматическая систематика

Настоящая теория создается как аксиоматическая, основанная на базовых понятиях и законах (аксиомах), позволяющая путем логического вывода формировать новые понятия и законы некоторой естественной системы. Одно из проявлений формализации кладистики – попытка использовать аксиоматический метод [Павлинов, 1998]. Аксиоматика включает аксиомы структуризации, разложимости, взаимоподобия; принципы относительности, близкодействия, соответствия, кладистической редукции и др. Число таких аксиоматических положений велико [Эпштейн, 2009], и они относятся к разным системным теориям, различающимся по уровню обобщения понятий, что требует специального рассмотрения. Все аксиомы так или иначе связаны с идеями конкурирующих или дополняющих метатеорий, к которым относятся концепции дарвинизма, неodarвинизма, панбиогеографии, социобиологии, неравновесной термодинамики, иерархизма, структурализма и другие концепции, основанные на модели эволюционного процесса [Nelson, 1989]. Предлагаемые аксиоматики в большинстве случаев – частные и фрагментарные, нечетко структурированные или, напротив, претендующие на всеохватность – бессодержательны для систематики как естественно-научной дисциплины [Pavlinov, 2021]. Проблемой является также их недостаточная формализация, так необходимая для математического анализа конструктивной связи понятий. Эталоном K-системы всегда являлась периодическая система (ПС) химических элементов Д. И. Менделеева [Григорьев, Будыко, 1956].

Классификация в разных науках проявляется в различных математических формах [Parrochia, Neuville, 2013], раскрывающихся с философских и информационных позиций с учетом опыта эмпирических и теоретических исследований с использованием алгебраических и топологических средств. В частности, есть возможность применить для этой цели положения теории непрерывных и дискретных множеств [Шаталкин, 2012; Parrochia, Neuville, 2013].

Математические основания

Множество V – это набор любых объектов v_k , элементов $v_k \in V$ множества V . Подмножество V_i – часть $V_i \subset V$ множества V . Система S – множество элементов $v_k \in V$ и множество связей $u_{kl} \in U$ между ними: $S = V \times U$, где $U = V \times V$ – прямое, декартово произведение, матрица (таблица, решетка) упорядоченных парных отношений элементов (v_k, v_l) . Произведение $S = V \times U$ задает структуру элементов системы. Обычно в системных исследованиях одинаково судят о взаимодействии реальных объектов, системе знаний об объектах и классификационных системах типов объектов, что наглядно прослеживается в единстве картографирования участков территории, создания ее ландшафтно-типологической карты и легенды классификации типов (геомеров).

Система выражается в виде графа $\Gamma(V, U)$, где элементы $v_k \in V$ системы соответствуют вершине, а связи $u_{kl} \in U$ – ребрам графа, соединяющим вершины. Формально классификация является системой, в которой элементами $v_k \in V$ систематизации являются отдельные объекты (экземпляры, индивидуумы) и таксоны $V_i \subset V$ (систематические классы). Например, биогеоценозы (БГЦ) рассматриваются как переменные состояния и местные проявления некоторого таксона – типа фаций (собственно фация – элементарный геомер) [Крауклис, 1979]. БГЦ одного типа объединяются в ареалы фации территориально или во временные ряды, а также относятся к одному элементарному таксону – типу фации и позиции в таксономической системе. Это три принципиально разные системные интерпретации формируются на основе наблюдаемого множества БГЦ.

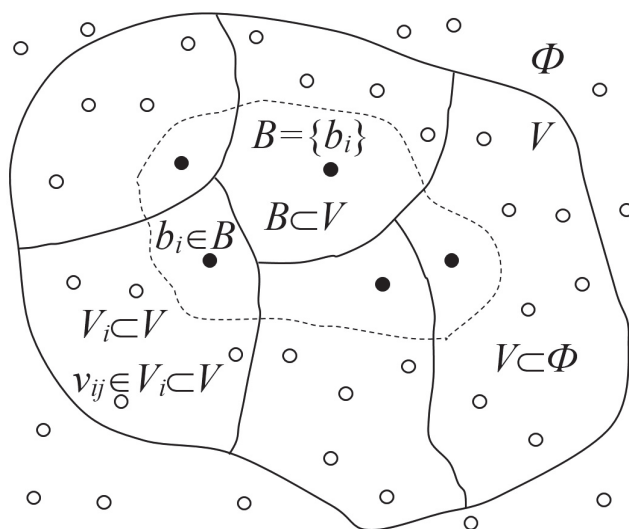


Рис. 3. Структура множества $V \subset \Phi$ с подмножествами $V_i \subset V$ и $B \subset V$ и элементами $v_{ij} \in V_i$ и $b_i \in B$

В систематике (см. рис. 1) различаются системы меронов (архетипы) и таксонов (классификации). Элементами меронии является множество независимых координат X_j (категорий, атрибутов, типов j данных) пространства признаков $X = \{X_j\}$. Каждый объект в этом пространстве характеризуется значениями признака $x = \{x_j\}$, $x_j \in X_j$ – положением на каждой координате X_j . В результате формируются образы $V \times X$, описывающие объекты V для распознавания их типологической принадлежности. Организация меронов задается функцией системной связи признаков $F(x)$ и рассматривается в качестве архетипа объектов.

Создавать систему понятий и аксиом таксономической теории можно по принципам аксиоматики теории множеств, имея в виду прежде всего независимую от других аксиому выбора: для всякого семейства $V = \{V_i\}$ непустых множеств V_i существует функция φ , которая каждому множеству семейства $V_i \subset V$ сопоставляет один из ее элементов $b_i \in V_i$ (рис. 3). Функция φ называется функцией выбора для этого семейства. Иная формулировка аксиомы выбора: для произвольного множества $V = \{V_i\}$ попарно непересекающихся непустых множеств V_i существует по крайней мере одно множество $B \subset V$, которое содержит точно один элемент $b_i \in B$, общий с каждым из множеств V_i (см. рис. 3). По теореме Цермело каждое множество V может быть вполне упорядочено. Частичным порядком на множестве V называется подмножество U декартова произведения $U \subset V \times V$ – упорядоченных пар элементов (v_k, v_l) , что задают структуру множества типа фасетной классификации $X_j \times X_k$, где фасеты X_j, X_k – независимые градуированные характеристики сторон j или k из множества объектов V .

Иерархия отношения между К-единицами формально описывается как отношения частичного порядка [Павлинов, 2018], одним из вариантов которого считается фасетная (комбинативная) классификация [Broughton, 2006]. Основанная на ней метаклассификация способна представлять разные аспекты таксономического разнообразия. Она дается в табличной форме, сходной с периодической системой [Павлинов, 2018]. Подобная К-система является реляционной, т. е. отражает отношения между К-единицами (таксонами) [Rieppel, 2006], которые в биосистематике представлены двумя основными содержательными интерпретациями – сходством и родством, а в географии дополняются отношением соседства. В территориальной структуре (рис. 3) функция выбора φ реализуется через поиск геосистем зонального типа $b_i \in B$ равнинных и плакорных местоположений, вокруг которых азональные геосистемы $V_i \subset V$ хорологически, хронологически и таксономически объединяются в серийные ряды.

Сложной проблемой систематики, кроме собственно выделения типологических единиц (таксонов), является наведение структуры $U = V \times V$ упорядочивания их связей. Так, фасетная классификация рек М. И. Львовича [1938] строилась по комбинациям градаций двух признаков – внутригодового распределения стока и видов питания рек: в матрице из $12 \times 12 = 144$ сочетаний только 38 наблюдались на реках мира, а 20 – на территории СССР

[Картографирование современного состояния ... , 2020]. В науке используются различные критерии выделения допустимых связей в структуре таксономического разнообразия, основанные на территориальном соседстве, морфологическом сходстве, онтогенетическом родстве, факторальной серийности, функциональной сопряженности, причинно-следственной связности, стратиграфической последовательности, эволюционном происхождении, логическом единстве и др. В зависимости от системной трактовки такого рода взаимосвязей появляются разные таксономические схемы классификации.

Аксиома выбора придает уверенность в том, что исследователь всегда может разбить любое множество элементов на множество непересекающихся подмножеств, выбрав в каждом из них особые элементы-представители типа административного центра района или коренную геосистему зонального типа (см. рис. 3). Проблема в том, как определить функцию выбора и провести первичную типологизацию, а затем классификацию, определив на множестве выделенных классов упорядоченную структуру. Такими функциями могут быть различные меры близости геосистем к зональному типу по критерию пространственного соседства или сходства признаков, а также степени видоизменяющегося факторного влияния.

Методология расслоения

Для объяснения выявленных закономерностей типологии и классификации используется методология расслоения дискретных множеств и непрерывных пространств [Cherkashin, 2009; Черкашин, 2020, 2021], основанная на идеях дифференциальной геометрии [Husemöller, 2012] и теории групп [Hall, 1959; Фет, 2010; Варламов, 2018].

Расслоение $s = (X, \pi, B)$ – это отображение π множества X на множество B : $\pi: X \rightarrow B$. Пространство X называется множеством (пространством, объектом) расслоения, а B – базой расслоения, состоящей из набора элементов $b_i \in B$ этой базы. Обратное отображение $\sigma: B \rightarrow X$ сечет пространство X , превращая его в расслоенное пространство $Y = \{Y_i\}$ непересекающихся слоев Y_i . В отличие от реализации аксиомы выбора (см. рис. 3) элементы множества B не выбираются, а заранее задаются как образцы сравнения, когда сечение $Y_i = \sigma(b_i)$ «высвечивает» во множестве X однотипные элементы, и решается задача типологизации (сортировки) $X \rightarrow Y = \{Y_i\}$. В этом смысле тип Y_i объединяет группу геосистем, идентичных геосистеме-эталону $b_i \in B$ по диагностическим признакам. При расслоении получается, что эталонные элементы базы $b_i \in B$ одновременно являются элементами типового слоя $b_i \in Y_i$, что сближает расслоение с формулировками аксиомы выбора.

Последнее качество наглядно прослеживается при расслоениях пространства X на базе гладких многообразий (рельефных поверхностях) M , точки которых $x_0 = \{x_{0j}\}$ в координатах $x_{0j} \in X_j \subset X$ пространства X соотносятся с базой расслоения M . В варианте касательного расслоения $\pi: X \rightarrow M$ слоями $Y_i \subset X$ являются плоскости или векторы, касательные к точке x_{0j} . Такая ситуация моделируется при «покрытии» плоскими картами модели земной сферы, когда каждая карта касается сферы только в одной точке, или при

выделении на территории разного типа геосистем (геомеров) в различных местоположениях. На ландшафтно-типологических картах таксономические слои Y_i расслоенного признакового пространства $Y = \{Y_i\} \subset X$ представлены непересекающимися контурами геомеров.

Поверхность M многообразия описывается дифференцируемой функцией $F(x)$, $x \in X$ многих переменных $x = \{x_j\}$, характеризующей связи элементов $U = V \times V$. Предполагается, что системная функция $F(x)$ различается для систем разного рода, для которых по-разному понимаются элементы и их связи. С введением функции $F(x)$ поверхности M появляется возможность решать аналитические задачи формальными средствами дифференциальной геометрии.

Касательное преобразование Лежандра $F(x) \rightarrow F^*(a)$ точно переводит непрерывную функцию $F(x)$ в линейную зависимость по формуле

$$F(x) = a \cdot x + F^*(a) = \sum_j \frac{\partial F}{\partial x_j} x_j + F^*(a). \quad (1)$$

Здесь $a = \{a_j\}$ – набор (вектор) двойственных к вектору $x = \{x_j\}$ переменных; $a \cdot x$ – скалярное произведение векторов a и x . Переменные a_i имеют смысл чувствительности изменения функции $F(x)$ при изменении переменных x_j на единицу (частная производная $F(x)$ по x_j). Для статистического определения зависимости (1) можно использовать метод главных компонент (МГК), где слагаемое $a \cdot x$ соответствует первой главной компоненте (ГК1), учитывающей основную часть изменчивости (вариации) зависимости $F(x)$, а функция $F^*(a)$ принимает во внимание ошибку расчетов, распределенную по ГК2 и остальным, менее важным компонентам.

Для произвольной точки $x = x_0$ на поверхности многообразия $F(x_0)$ уравнение (1) запишется в виде $F(x_0) = a \cdot x_0 + F^*(a)$, откуда

$$F^*(a) = F(x_0) - a \cdot x_0. \quad (2)$$

Подставляя это выражение в соотношение (1), получаем

$$f(y) = F(x) - F(x_0) = a \cdot (x - x_0) = a \cdot y, \quad y = x - x_0, \quad \text{где} \quad (3)$$

$$f(y) = a \cdot y = \sum_j a_j y_j = \sum_j \frac{\partial f}{\partial y_j} y_j. \quad (4)$$

Согласно (3) функция $F(x)$ в касательном слое описывается неоднородным по слагаемому $F(x_0)$ уравнением

$$F(x) = f(y) + F(x_0), \quad (5)$$

где $f(y)$ – билинейная функция значений смещенных локальных координат $y = x - x_0$ с началом в точке касания x_0 , когда $y = 0$ и $F(x) = F(x_0)$.

Функция $F(x_0)$ рассматривается как входная характеристика (терминал) системы связи $F(x)$ переменных x (5), например: начальная ситуация, входной сигнал преобразования, влияние верхнего уровня К-иерархии, среда реализации процесса. В последнем случае $F(x_0)$ отражает пространственную не-

однородность территории по нормам геоморфных характеристик x_0 каждого местоположения. Напротив, билинейная функция (4) не зависит от среднего смещения и описывает процессы в чистом виде, для конкретизации которых согласно (5) вводится поправка $F(x_0)$. Здесь важно подчеркнуть, что точечное многообразие $F(x_0) \subset F(x)$ является частью, входит в состав наблюдаемых системных связей $F(x)$. В этом смысле аксиоматически принимается, что К-структура $F(x_0)$ содержится в каждом явлении $F(x)$. В идеале при $f(y) = 0$ мерномическая $F(x)$ и таксономическая $F(x_0)$ системы совпадают: $F(x) \equiv F(x_0)$.

Уравнение (5) в виде $F(x) = F(x_0) + f(y)$ представляет собой бинарную операцию сложения группы действительных чисел, где $+f(y)$ выражает действие группы, влекущее за собой изменение системы $\Delta F(x) = F(x) - F(x_0) = +f(y)$. Например, в кладистике [Pavlinov, 2021] различают плезиоморфный (примитивный, базисный) признак $F(x_0)$, унаследованный группой видов от их общего предка, и апоморфный (продвинутый) признак $f(y)$, который отличается $\Delta F(x)$ от унаследованного членами группы признака $F(x_0)$ их общего предка, является уникальным, выделяющим группу видов среди других $F(x)$. В географии аналогично различаются зональные $F(x_0)$ и азональные $f(y)$ характеристики, сумма которых отражает своеобразие ландшафта $F(x)$, а также коренные $F(x_0)$ и серийные $F(x_0) + f(y)$ варианты геосистем $F(x)$. Такое триединое представление распространено в науке, и сама наука, как отмечено вначале, подразделяется на описательное идеографическое $F(x)$, фундаментальное номотетическое $f(y)$ направления и классификацию $F(x_0)$.

Универсальное однородное уравнение (4) внешне описывает любое линейное векторное касательное пространство $Y = \{Y_i\}$ над многообразием M , а также внутреннюю структуру каждого касательного слоя Y_i над многообразием $M = F(x_0)$ в точке x_{0i} . Функция $f(y)$ в слое представляет в локальных координатах $y = x - x_0$ пучок линий разной направленности $a = \{a_i\}$ (рис. 4) с центром в точке $[x_0, F(x_0)]$. Векторы вырисовывают в слое кривые линии $f(y)$, являющиеся функциями решения уравнения (4), например функцию расстояния между точками x и x_0 в слое: $f(y) = \pm \sqrt{y_1^2 + y_2^2}$. При $f(y) = \text{const}$ кривая соответствует окружности (границе ядра слоя) с центром в точке касания (см. рис. 4, а) и безграничной (сквозной) периферией за этой границей. Множество решений уравнения (4) объединяет специальный класс однородных функций первого порядка, т. е. касательные преобразования свертывают множество разных функций $F(x)$ к однородным и однотипным функциям $f(y)$ локальных координат y в каждом слое x_0 . Предполагается, что локально в пределах ядра слоя функции $f(y)$ описывают реальность точно так же, как и неизвестная функция $F(x)$.

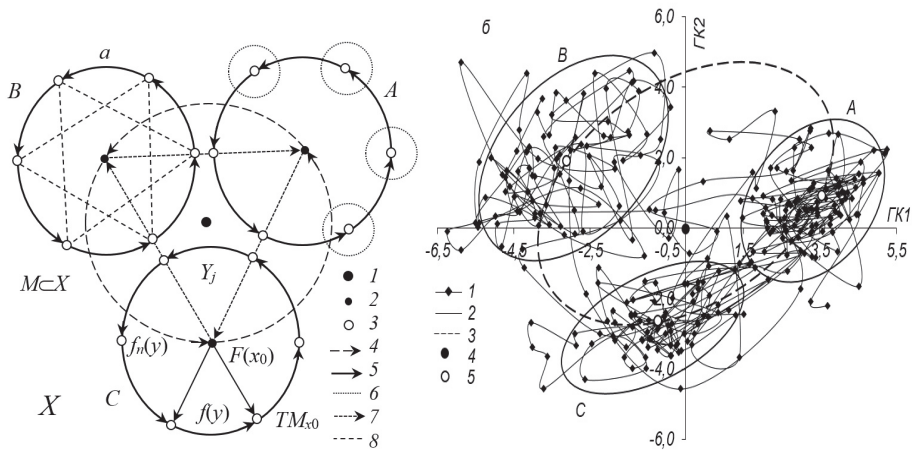


Рис. 4. Абстрактная (а) и конкретная (б) схемы организации пространства классификации. а – сферическое (круговое) расслоение: 1 – центр К-позиций типологического слоя первого уровня, 2 – то же для второго уровня, 3 – то же для третьего уровня, 4 – граница ядра и направление связи К-позиций первого уровня, 5 – то же для второго уровня, 6 – то же для третьего дробного уровня, 7 – внешние и 8 – внутренние связи К-позиций; б – представление данных в пространстве первых двух главных компонент GK1 и GK2: 1 – характеристики БГЦ и линии соседства БГЦ вдоль трансекта, 2 – граница ядра типологического слоя группы фаций, 3 – то же для класса сублитоморфных фаций, 4 – центр класса, 5 – центр группы. Группы БГЦ: А – приводораздельная, В – склоновая, С – нижнесклоновая

Для сравнения в пространстве GK1 и GK2 (см. рис. 4, б) представлены данные изучения БГЦ таежных геосистем на трансекте длиной 3000 м, расположенном в бассейнах рек Каторжанки и Мал. Шумихи на юго-западном побережье оз. Байкал [Frolof, Cherkashin, 2012]. Наибольшую площадь территории занимает горно-таежный геом темнохвойных лесов ограниченного развития, а также встречаются фации геоба лиственничных лесов оптимального развития. По интегральным характеристикам GK1 и GK2 выделяются участки БГЦ приводораздельного (А), склонового (В) и нижнесклонового (С) положения. Коренные фации формируются на выположенных приводораздельных поверхностях и представлены темнохвойными елово-кедрово-пихтовыми лесами на дерновых лесных суглинистых почвах. На склонах и в заболоченных долинах преобладают фации сублитоморфного факторально-динамического ряда, на характеристики которых накладываются факторы дополнительного увлажнения. На рис. 4, б выделяются позиции центров и границ ядра типологического слоя группы и классов фаций, где центры соответствуют точкам касания слоями функции связи характеристик горно-таежного геоба $F(x)$ в пространстве GK1 и GK2.

Главные расслоения

Предполагается, что выражением реальности таксонов разного уровня являются квантование естественных характеристик и наличие числового кода каждой К-позиции так, как в классификации атомов химических элемен-

тов в таблице ПС. Выделение дискретных показателей числового кода связано с решением задач на собственные числа n для дифференциальных уравнений разного вида [Tikhonov, Samarskii, 2010]. Билинейное уравнение $f(y)$ (4) слоя не позволяет ставить и решать задачи квантования. Для таких задач необходима «надстройка» над слоем в виде преобразования $G[f(y)]$, переводящего слой расслоенного пространства Y в новое пространство GY с возможностью квантования $Gf(y) = nf_n(y)$.

Групповые действия $G \times G \rightarrow G$ переводят одну таксономическую позицию $f_n(y)$ в другие, например, движением по окружности в направлении стрелок (см. рис. 4, а). В формальном смысле все позиции – одно и то же с точностью до фазового смещения (поворота). Например, группа серийных, мнимокоренных и коренных фаций, последовательная смена которых в географическом цикле рельефа отражает эволюцию ландшафта, проявляется по этой схеме на разных территориях в различные периоды, что придает моделям исследовательский универсализм и возможность повсеместного использования.

Преобразования $f(y) \rightarrow G[f(y)]$ – это функции от функций $f(y)$, суперпозиции функций или действие $G \times M \rightarrow M$ элементов группы $G = \{g_k\}$ на элементы (точки) $F(x_0) \in M$ многообразия M , переводящее точку $F(x_0)$ в другую точку $g_k F(x_0) \in M$, чем устанавливается структура связности К-позиций. Если при описании явления и его связи с другими явлениями используется сложная надстроенная над $f(y)$ функция $G[f(y)]$, то она должна обладать групповыми свойствами и допускать линеаризацию через представление $G[f(y)] \rightarrow f(y)$.

Описанные взаимосвязи приводят к главным расслоениям – это локально тривиальное расслоение $\pi: X \rightarrow M$ с действием группы G на X ($G \times X \rightarrow X$, $x \in X$, $g \in G$ $g_k(x) = x_k$), такое, что орбиты этого действия совпадают со слоями Y_j расслоения $Y \subset X$. Орбиты действиями $g_k \in G$ объединяют $g_k(x) = x_k$ выделенную точку $x \in X$ с другими точками слоя $x_k \in Y_j$, например, центра слоя x_0 с точками круга, окружности и периферии (см. рис. 4, а, С).

Действие группы $G \times f(y)$ на векторное поле $f(y)$ в слое распространяет элемент $f(0) \leftrightarrow F(x_0)$ из базы M по всему типовому слою $Y(x_0)$, например, в виде факторального ряда в слое класса фаций разной степени серийности от коренных $f(0)$ до сильно факторально-измененных $f(y)$ фаций. В итоге в окрестности $F(x_0) \subset M$ формируется круговой слой изменчивости геосистем $f(y)$ (см. рис. 4, а, А). Реальная картина четырехуровневой изменчивости вдоль трансекта представлена на рис. 4, б в пространстве двух главных компонент с выделением трех групп фаций класса сублитоморфного ряда горно-таежного геоба.

Главное расслоение $G \times X \rightarrow G \times M$ – это в определенном смысле то же самое векторное расслоение $X \rightarrow M$, только слоями $Y = \{Y_i\}$ являются не линейные пространства $F(x) = ax + F_0$ ($F_0 = F(x_0)$), а экземпляры группы $G(ax + F_0) = \exp[i(ax + F_0)]$ по умножению $g_1 g_2 = \exp[iK_1] \exp[iK_2] = \exp[i(K_1 + K_2)] = \exp[iK]$, $K = K_1 + K_2$. По этой причине можно отдельно работать с тотальным пространством $G \times X$, группой слоя $G \times Y = G(a \cdot y) =$

$= \exp[ia \cdot y]$ и базой $G \times M = \exp[iF_0]$, определяя ее действие на многообразии $M = F(x_0)$ в виде К-структуры.

Аксиомы теории классификации

Интертеория классификации создается как аксиоматическая дедуктивная система исходных понятий и предложений. Формирование сквозной теории К-системы таксонов основывается на интерпретации (\sim) понятий типовой интертеории, в качестве которой используется специальная форма общей теории систем (ОТС) [Cherkashin, 2009]. Последовательности символов ОТС образуют аксиоматические формулы, которые трансформируются в иные формулы с другой системной трактовкой. Аксиомы ОТС представлены следующими тождествами [Cherkashin, 2009]:

$$1) S \equiv C, 2) \Delta S \equiv C, 3) \Delta S_i \equiv D_i. \quad (6)$$

Здесь символ (\equiv) соответствует отношению тождества (изоморфизма); S – универсальной системе (универсуму), объединяющей системы S_i разного рода; ΔS – универсальному изменению S , включающему все изменения ΔS_i ; D – действию всех действий D_i систем S_i . Символом C обозначается качество объективного инвариантного существования, сохранения свойств систем при преобразованиях, например истинности суждений в логических доказательствах или скорости света во всех физических системах отсчета. Специфика системной теории во многом зависит от того, как понимается инвариантное качество, которое обязательно есть во всех моделях классификации в универсальных системах данного рода и их изменениях ($S \equiv C, \Delta S \equiv C$).

Всякий таксон (слой, группа объектов) однозначно характеризуется координатами x_0 точек касания многообразия $F(x_0)$ слоями, увязанными в К-систему. При классификации нас интересует не структура связи признаков $F(x)$, а структура связи К-позиций $F(x_0)$. В данном смысле позиция x_0 отдельного таксона есть его количественный инвариант, а связи К-позиций $F(x_0)$ отражают качественную структуру допустимой смены позиций. В К-системах инвариант C первоначально мыслился как некоторая разветвленная иерархическая структура, повторяющаяся на каждом уровне и в системе в целом [Cherkashin, 2009]. Более точный смысл C придает использование теоретико-группового подхода, когда действие группы не меняет структуру классификации, т. е. имеет место симметрия К-системы, выступающей в качестве образца классификации C .

Первая аксиома теории классификации (6) выражает мысль о существовании универсальной К-системы S (метаклассификации), наделенной К-структурой инварианта C . Части и изменения ΔS этой системы S также обладают этой структурой (аксиома 2). Отсюда через структурный инвариант C универсальные системы и их изменения сравниваются $\Delta S \equiv S$, что трактуется как самоподобие частей целому, когда части похожи на К-систему в целом. Это указывает на фрактальные свойства К-структуры и в более общем случае на симметрию, обеспеченную группой аффинных преобразований. Признается плюрализм К-структур $\Delta S \equiv C$, удовлетворяющих

требованию аффинного подобия с соответствующей группой симметрий. В частности, видовое разнообразие можно представить в виде самоподобных фрактальных структур, отображающих филогенетическое дерево [Поздняков, 2007; Rosindell, Harmon, 2012].

Согласно аксиоме 3 всякие изменения ΔS_i в К-структуре обеспечены действием D_i определенной группы $g_i \in G$: $\Delta S_i \equiv D_i \subset D \sim G$. В частности, эта связь прослеживается в изменении системной функции $\Delta F(x) = f(y)$, определенной на множестве действительных чисел. Все эти числа S_i появляются под действием групповой операции сложения (вычитания) D_i : $S_i = S_0 \pm D_i$. Множество целых чисел $S \sim n$ имеет фасетное строение C для разных категорий линейного порядка X_j , из которых формируются многомерные фасетные структуры $C \times C$ с линейными свойствами и естественными ограничениями типа решеток, над которыми надстраиваются группы преобразований разной сложности. В науке создание таких структур связано с явлениями квантования и траекториями скачкообразных переходов дискретной, квантовой системы из одного состояния (позиции) в другое (см. рис. 4, б).

В квантовой механике [Суханов, 2016; Nakahara, 2003] квантовое состояние системы полностью определяется вектором $\psi \in H$ – волновой функцией $\psi(t, y)$ гильбертова пространства H . Ее первая аксиома (постулат) утверждает существование этого пространства как универсума состояния квантовых систем. Дополнительно к пространству признаков $y \in X$ формируется функциональное пространство состояний $\psi(t, y) \in H$.

В пространстве H векторы ψ и $c\psi$ определяют одно и то же состояние, т. е. фазовое смещение $c = e^{i\phi_0}$ ничего не изменяет в системе с точки зрения квантовых измерений, что позволяет всегда рассматривать явления «в чистом виде». Кроме того (постулат 2), если квантовая система находится в состояниях, представленных разными волновыми функциями ψ_1 и ψ_2 , то она может находиться и в состоянии ψ , описываемом их линейной комбинацией (суперпозицией состояний): $\psi = c_1\psi_1 + c_2\psi_2$, где c_1, c_2 – произвольные комплексные числа при условии нормировки: $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$. Здесь $P_1 = |c_1|^2$ и $P_2 = |c_2|^2$ (квадраты модулей значений c_1, c_2) – вероятности обнаружить систему по отдельности в независимых состояниях ψ_1 и ψ_2 .

Квантовая система состояний $\psi \in H$ – это некое абстрактное образование, которое невозможно изучить непосредственно, а только косвенно по показателям проявления волновых функций $\psi(t, y)$ времени t и пространственного положения y в виде вероятностей P встретить различные состояния ψ . На юго-западном побережье оз. Байкал (см. рис. 4, б) по числу участков БГЦ эти вероятности оцениваются значениями $P_A = 0,34$, $P_B = 0,32$, $P_C = 0,25$ для разных местоположений (А, В, С). На каждом локальном участке земного пространства ξ наблюдаются геосистемы только одного типа с вероятностью, обусловленной пространственно-типологической структурой, геомерным разнообразием ландшафта. Разные ландшафты ψ различаются по частоте встречаемости (доли площади ареалов) геомеров $\psi_n \in H$. В реальности альтернативные геомеры ψ_n не смешиваются, сосуществуют па-

раллельно, самостоятельно в расслоенном физико-географическом пространстве ландшафта. Само гильбертово пространство $\psi_n \in H$ – это виртуальное функциональное пространство, координатами которого являются собственные информационные функции ψ_n , кодируемые собственными значениями ω_n и квантовыми числами n . Его можно назвать (гео)информационным пространством, в котором квантовая теория классификации описывает таксономические системы в терминах информационных функций ψ_n разных К-позиций n (состояний). В этом ее специфика и отличие от остальных теорий реальности.

Преобразование D_i состояний $A\psi$ отражается оператором A , действующим на множестве функций $\psi \in H$: $A\psi \in H$. Постулат 3 квантовой механики утверждает, что физическая величина A в любом квантовом состоянии может принимать только те значения $A = \lambda$, которые принадлежат спектру $\lambda \in \Omega$ ее оператора $A\psi = \lambda\psi$, т. е. являются его собственными значениями. Например, для оператора дифференцирования $A = d^2/dy^2$ в приложении к функции периодических колебаний $\psi(y) = \cos(ny)$ получается $-n^2\cos(ny) = \lambda\cos(ny)$, т. е. $\lambda = -n^2$ – собственное значение оператора A для собственной функции $\cos(ny)$.

Для отображения частных законов изменения $\Delta S_i \equiv D_i$ в качестве четвертого постулата квантовой механики используется временное (нестационарное) уравнение Шредингера: $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(y, t) = \mathbf{H}\psi(y, t)$, где \hbar – приведенная постоянная Планка, \mathbf{H} – оператор Гамильтона, разный в различных моделях квантовых систем. Стационарное уравнение $\mathbf{H}\psi = E\psi$ приводит к решению задач на собственные волновые функции $\psi_n(y)$, значения энергии E_n и числа n . Вид функций $\psi_n(y)$ определяется такими операторными уравнениями и метрическими свойствами пространства H .

Простой пример – уравнение $\mathbf{H}\psi = E\psi$ одномерных y автоколебаний с частотой ω : $\mathbf{H}\psi = d^2\psi(y)/dy^2 = -\omega^2\psi(y)$, частное решение которого $\psi(y) = e^{i\omega y} = \cos\omega y + i\sin\omega y$. Общее решение находится как линейная комбинация частных $\Phi(r) = c_1\cos\omega y + c_2\sin\omega y$, где c_1, c_2 – константы интегрирования, которые определяются по граничным условиям на концах интервала $y = 0$ и $y = y_m$, например $\Phi(0) = 0, \Phi(y_m) = 0$, откуда $c_1 = 0, c_2 \neq 0$ при собственных значениях $\omega y_m = \pi l, l = 0, 1, 2, \dots$. Тогда решением уравнения будет набор функций $\psi_l(y) = c_2\sin\omega y = c_2\sin\pi l y/y_m$, где c_2 – амплитуда колебаний. Колебаниям разной частоты ω_l соответствует волновая функция $\psi_l(y) = \exp(i\omega_l y)$ и собственное число l , кодирующее ситуацию наподобие выделения типа изменчивости рельефа от высокогорного ($l = 0$) до равнинного ($l > 6$) [Черкашин, 2020]. Для многомерных случаев $y = \{y_j\}$ задача решается аналогичным способом с получением набора рядов чисел l [Tikhonov, Samarskii, 2011; Суханов, 2016]. База расслоения $F(x_0)$ как отдельный слой большей по масштабу К-системы квантуется по числам n в пространстве значений x_0 : $F_n(x_0) = \pi l x_0/y_m$.

На разных уровнях абстрагирования проявляются формализмы, связанные с кодированием числом (числами) l типов объектов и ситуаций, с линейной составляющей функций $\omega y = \pi l y / y_m$, с функциями зависимости $\psi_l(y) = c_2 \sin \omega y$, информационными функциями $\psi_l(y) = \exp(i\omega y)$ состояния l объектов в классификациях. Вид моделей $\psi_l(y)$ зависит от размерности вектора y (аналог $y = \{y_j\}$), используемых уравнений модели, граничных условий решения уравнений. Базовой для квантования является модель слоя $f(y) = \omega y$ – вектора, направленного из центра слоя в точку на единичной окружности $\psi_l(y) = \exp(i\omega y) \rightarrow \cos \omega y + i \sin \omega y$ (см. рис. 4, а), из чего выводятся особенности квантования системной функции

$$F(x) = F(x_0) + f_l(y) = F(x_0) + \omega y = F(x_0) + \pi l(x - x_0) / y_m = F(x_0) + \pi l x / y_m - \pi l x_0 / y_m = \pi l x / y_m + F^*(a),$$

$$F_{nl}^*(a) = F_n(x_0) - \pi l x_0 / y_m = (\pi x_0 / y_m) (n - l), \Delta = n - l. \quad (7)$$

Отсюда следует, что квантуются значения чувствительности $a = \pi l / y_m$ (направление векторов) (см. рис. 4, а, С) и функции $F_{nl}^*(a)$. Важно подчеркнуть, что К-дифференциация идет и по градациям признаков x_0 / y_m , и по квантовым числам l , связанным с этими признаками. В итоге основанием для классификации являются не градации признаков, как принято считать в географии, а квантовые числа.

В квантовой физике, как и в общей теории геоинформационного пространства, знания организуются по схеме обобщения формализованных представлений:

$$l \rightarrow \pi l y / y_m \rightarrow \omega y \rightarrow \psi_l(y) = \exp(i\omega y) \rightarrow \psi(y) \rightarrow \mathbf{H}\psi(y) \rightarrow$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(y, t) = \mathbf{H}\psi(y, t) \quad (8)$$

– от констант квантовых чисел l , собственных значений ω_l и переменных величин $\pi l y / y_m$ к информационным функциям $\exp(i\omega y)$, функционалам оценки вероятностей и операторам преобразования функций $\mathbf{H}\psi(y)$, на основе которых создаются операторные уравнения $\mathbf{H}\psi(y, t) = \mathbf{E}\psi(y, t)$ для описания состояний $\psi(t, y)$ и их квантовых переходов. Также возможно редуцировать сложные формализмы в обратном направлении до значений наборов квантовых чисел $l = 1, 2, 3, \dots$. Для каждого уровня обобщения необходима своя аксиоматика по схеме (8) универсального представления о числовой системе \mathcal{S} , выделения области определения величины их квантовых изменений $\Delta \mathcal{S}$ и связей $\Delta \mathcal{S}_i \equiv D_i$ частных изменений $\Delta \mathcal{S}_i$ с порождающими их действиями D_i . В варианте К-структур $n \times l$, кодируемых набором собственных чисел $\{n, l\}$, \mathcal{S} задается множеством целых чисел, $\Delta \mathcal{S}$ – допустимым интервалом их изменений $n = 1, 2, \dots, n_{\max}$, $\Delta \mathcal{S}_i$ – единичными квантовыми скачками под действием операции сложения $D_i = \pm 1$, что выделяет истинные К-структуры \mathcal{C} из множества возможных сеток классификации (правило отбора). Над К-структурой как базы расслоения $F(x_0)$ надстраиваются все теоретические

обобщения (8), регламентирующие схему классификации. Они по К-позициям (квантовым состояниям) моделируют структуру распределения знаний о классах объектов и их преобразованиях в форме логических и аналитических выводов.

Приложение результатов исследования

Для иллюстрации аксиоматических положений воспользуемся результатами стационарных исследований и ландшафтного картографирования фаций в районе Нижнего Приангарья на полигоне-трансекте Приангарского южнотаежного стационара Института географии им. В. Б. Сочавы СО РАН (Причунский ландшафт южной тайги Средней Сибири) [Крауклис, 1975; Frolof, Cherkashin, 2012]. Территория образует систему местного водно-эрозионного рельефа, осложненного геологическими факторами и мерзлотными проявлениями. Сформирован специфический минеральный субстрат – от мощного, малоподвижного, сильно выщелоченного покровного суглинка на плакорах до молодого, грубообломочного, высокоподвижного элювия траптовых тел, проходящих сквозь осадочную толщу. Почвы преимущественно средней степени оподзоленности со слаборазвитым гумусово-аккумулятивным горизонтом. Растительному покрову свойственен многокомпонентный состав древостоев разных восстановительно-возрастных стадий: темнохвойные породы – пихта, кедр, ель, светлохвойные – сосна, лиственница и мелколиственные – береза, осина. По числу стволов на всех пробных площадях полигона преобладает пихта.

Систематическое положение типов фаций задается двумя числовыми кодами (n, l) , определяющими позицию (адрес, состояние) фаций в сети классификации, напоминающей решетку размещения химических элементов в ПС по главному n и орбитальному l квантовым числам (рис. 5) [Черкашин, 2020]. Код – своеобразный (гео)информационный заряд, характеризующий свойства типа. В данном случае ось $n = 1-5$ формирует факторальные ряды, отражающие высотную микроразнообразную дифференциацию территории. Ось $l = 0-4$ соответствует серийным рядам по степени факторного влияния от коренных $l = 4$ до серийных $l = 0$ вариантов видоизменяющего воздействия. Ландшафтная структура представлена коренной фацией $(n, l) = (1, 4)$, формирующейся на плакорах, которой противостоят серийные фации $(n, l) = (1, 0)$, приуроченные к динамичным местоположениям: к пойме ручья (аллювиально-гидроморфная фация), водосборным понижениям (гидроморфная), подножьям придолинных склонов (криогидроморфная), на траппах (литоморфная). На рис. 5 симметрично представлены треугольники классификации двух классов фаций (факторальных рядов): кедрово-пихтовой тайги с горнотаежными элементами на траптовых возвышениях сублитоморфных фаций (а) и пихтовой тайги с субнеморальными элементами субгидроморфных фаций на равнинах (б). Объединяющая их (см. рис. 2) коренная фация $(n, l) = (1, 4)$ геоба формируется на выровненных, плакорных местоположениях на мощных хорошо дренируемых суглинистых подзолистых почвах и представлена темнохвойной пихтовой тайгой.

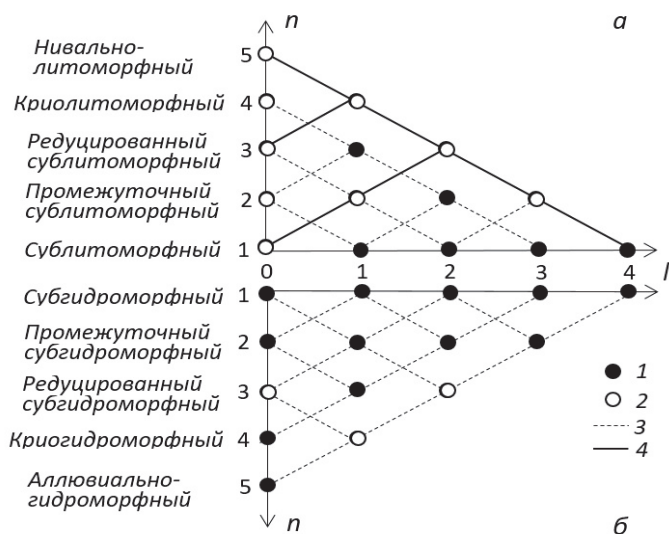


Рис. 5. Схема классификации литоморфного (а) и гидроморфного (б) рядов фаций Причунского ландшафта южной тайги Средней Сибири. Позиции и связи: 1 – встречающиеся и 2 – отсутствующие фации на полигоне-трансекте Приангарского южнотаежного стационара; 3 – линии связей и направлений перехода; 4 – линии связей квантовой кодировки (n, l) позиций кладограммы

В силу ландшафтных особенностей территории юга Средней Сибири не все таксономические единицы уровня вида фаций представлены ареалами на полигоне-трансекте (см. рис. 5). Каждая таксономическая позиция в систематике кодируется двумя числами (n, l) . Например, мнимокоренная ($l = 2$) субгидроморфная ($n = 1$) фация соответствует пихтовым разнотравно-влажнотравным осветленным крупнолесьям с дерново-подзолистыми (с умеренным вторым гумусовым горизонтом) суглинистыми почвами на водосборных склонах. Мнимокоренная ($l = 2$) фация промежуточного сублитоморфного ряда ($n = 2$) встречается в форме БГЦ пихтового плауно-мелкотравно-зеленомошного мелколесья с остатками перестойного крупнолесья с мелкодерново-средне- и сильноподзолистыми почвами (со щебнистым иллювиальным горизонтом) на склонах у подножий траптовых выступов [Крауклис, 1975].

На схеме классификации виды фаций с кодировками (n, l) связаны вертикальными, горизонтальными и диагональными переходами $\pm \Delta l$, отражающими их пространственно-временную сопряженность. В диагональном варианте отражается линейная зависимость (9) $n = \Delta \pm l$, когда имеет место коррелированное изменение чисел кодировки на единицу $\Delta n = \pm \Delta l = \pm 1$, что выражает функционально-динамическое соответствие фаций. В частности, это позволяет по разнообразию переменных состояний разных фаций (БГЦ) получать представление о последовательности восстановительных процессов в ареалах геоба в целом, т. е. заменить пространственные ряды на временные. В таксономической структуре выражена симметрия классификаций факто-

ральных рядов вращением треугольных схем относительно оси серийности $l = 0-4$ с формированием конуса. Тогда точки-позиции по оси факторальности $n = 1-5$ в основании конуса вычерчивают окружности типа рис. 2, в, соответствующие изолиниям высотно-поясной микроразональной дифференциации. Аналогичным вращением вокруг оси факторальности $n = 1-5$ точками $l = 0-4$ формируются окружности (орбиты) разной степени серийности. Это два архетипа высотно-поясной и эволюционно-динамической дифференциации. Каждое положение вращения треугольной схемы можно трактовать как классификацию по категориям факторальности: гидроморфные, литоморфные, псамоморфные и другие фации, что моделирует таксономический архетип геоба в виде эпифации с центром, что соответствует коренной фации (инварианту, неподвижной точке центра вращения), из которой разворачивается иерархическая система азональной изменчивости вплоть до многочисленных фаций серийной трансформации [см. Крауклис, 1979].

Внутренняя структура этих К-схем обладает свойствами подобия по групповым преобразованиям целых чисел кода операцией сложения (квантовым переходам), линиям, пучкам линий, треугольникам и ромбами, т. е. аффинным преобразованиям, что иллюстрируют схему инварианта преобразований в аксиомах таксономических систем. Эта структура как частный случай, по-видимому, содержит другие графы систематизации, например линейную кладограмму (рис. 2, а), которая в системе (рис. 5, а) отображена сплошными линиями от позиции (n, l) коренной фации (1,4) к редуцированной сублитоморфной (3,2) и далее к трем серийным фациям (1,0), (3,0) и (5,0) литоморфного ряда.

Основные выводы

Существуют разные математические определения, предполагающие возможность подразделения множества географических объектов на классы эквивалентности. К их числу относятся территориальные объекты районирования и типизации, площадная встречаемость ареалов которых обуславливает ландшафтную структуру территории. За этим внешним картографируемым проявлением неоднородности и географического разнообразия стоят скрытые геоинформационные процессы, описание которых аксиоматически объясняют явления квантования и формирования структуры связей дискретных классификационных позиций (квантовых состояний). При создании теории классифицирования невозможно ограничиться одной теорией, а необходимо несколько теорий разного уровня математической формализации, на каждом из которых решаются свои задачи типизации и классификации. Происходит последовательное восхождение от систем квантовых чисел, собственных значений и переменных величин к системам информационных функций, функционалов оценки вероятностей, операторов преобразования функций и операторных уравнений для описания состояний и их квантовых переходов. Такая многоуровневая надстройка организации знаний, наверное, общая для всех научных теорий.

За основу создания интертеории классификации принимаются процедуры дифференциальной геометрии расслоения разнородных пространств, позволяющие описывать системные связи характеристик объектов однородными и неоднородными билинейными соотношениями в каждом касательном таксономическом слое («карте») над наблюдаемым многообразием – «рельефом» проявления системных связей. Классификационная структура скрыта в каждом масштабном явлении и извлекается послойным изучением и сравнением типов объектов и структуры соотношения соответствующих им таксонов. В классификации познаются не связи типов изменчивых территориальных объектов, а структура разновидностей устойчивой географической среды (геомеров) в той мере, в которой она проявляется в этих объектах. Дополнительные аналитические возможности появляются при построении главного расслоения на билинейном (векторном) расслоенном пространстве (поле) в виде надстройки из элементов групп преобразований, с помощью которых определяются собственные (квантовые) числа, что полностью и однозначно характеризуют состояние (позицию) таксона в классификации. Важно, что основанием для классификации являются не градуированные признаки, а соответствующие им квантовые числа.

Аксиоматическая интертеория классиологии создается по общей схеме отдельно для каждого абстрактного уровня математической формализации свойств геоинформационного поля и предназначена для решения специальных задач квантования и кодирования, поскольку именно наличие числового кода подтверждает реальность каждого таксона. Теория создается в «чистом виде» без учета средового (фазового) смещения. Принятая схема аксиоматизации по образу общей теории систем на самом нижнем уровне формализации предполагает определение существования универсальных независимых рядов группы целых чисел кода, ограничений на длину рядов и зависимости изменения чисел кода от действия группы сложения-вычитания при квантовых переходах. Удовлетворяющие этим требованиям треугольные структуры классификации продемонстрированы на примере систематизации фаций южной тайги Нижнего Приангарья. Выявлены соотношения самоподобия (симметрии) таксономических систем в географии. Связанные с этим теоретико-групповые образцы классификаций требуют развития числовых моделей квантования до уровня выделения групп собственных геоинформационных функций и операторов их преобразования с применением методов логического, аналитического и статистического анализа пространственных данных.

Список литературы

Варламов В. В. Теоретико-групповое описание периодической системы элементов // Математические структуры и моделирование. 2018. № 2(46). С. 5–23.

Григорьев А. А., Будыко М. И. О периодическом законе географической зональности // Доклады АН СССР. 1956. Т. 110, № 1. С. 129–132.

Картографирование современного состояния и трансформации водного режима рек европейской территории России / Н. Л. Фролова [и др.] // Геодезия и картография. 2020. № 7. С. 14–26.

Крауклис А. А. Натурная модель // Природные режимы и топогеосистемы Приангарской тайги. Новосибирск : Наука, 1975. С. 28–49.

- Крауклис А. А.* Проблемы экспериментального ландшафтоведения. Новосибирск : Наука, 1979. 233 с.
- Ландшафты юга Восточной Сибири. Карта. М 1:1 500 000 / сост. В. С. Михеев, В. А. Ряшин ; ред. В. Б. Сочава. М. : ГУГК, 1977.
- Львович М. И.* Опыт классификации рек СССР // Труды ГГИ. 1938. Вып. 6. С. 58–104.
- Павлинов И. Я.* Основания биологической систематики: история и теория // Сборник трудов Зоологического музея МГУМ. Товарищество науч. изд. КМК. 2018. Т. 55. 786 с.
- Поздняков А. А.* Онтологический статус таксонов с традиционной точки зрения // Линнеевский сборник. М. : Изд-во МГУ, 2007. Т. 48. С. 261–304.
- Розов М. А.* Классификация и теория как системы знания // На пути к теории классификации. Новосибирск : Изд-во НГУ, 1995. С. 81–127.
- Розова С. С.* Классификационная проблема в современной науке. Новосибирск : Наука, 1986. 223 с.
- Сочава В. Б.* К теории классификации геосистем с наземной жизнью // Доклады Института географии Сибири и Дальнего Востока. 1972. Вып. 34. С. 3–14.
- Сочава В. Б.* Введение в учение о геосистемах. Новосибирск : Наука, 1978. 318 с.
- Субботин А. Л.* Классификация. М. : ИФ РАН, 2001. 94 с.
- Суханов Л. П.* Лекции по квантовой механике. М. : Моск. физ.-техн. ин-т, 2016. 181 с.
- Тахтаджян А. Л.* Система магнолиофитов. Л. : Наука, 1987. 440 с.
- Тикунов В. С.* Классификации в географии: ренессанс или увядание? (Опыт формальных классификаций). М. ; Смоленск : Изд-во СГУ, 1997. 367 с.
- Фет А. И.* Группа симметрии химических элементов. Новосибирск : Наука, 2010. 238 с.
- Черкашин А. К.* Естественная классификация географических систем: модели представления знаний // Известия Иркутского государственного университета. Серия Науки о Земле. 2020. Т. 31. С. 69–87.
- Черкашин А. К.* Иерархическая классификация географических систем // Известия Иркутского государственного университета. Сер. Науки о Земле. 2021. Т. 35. С. 125–153.
- Шаталкин А. И.* Таксономия. Основания, принципы и правила. М. : Тов-во науч. изд. КМК, 2012. 600 с.
- Шипунов А. Б.* Основы теории систематики. М. : Диалог-МГУ, 1999. 56 с.
- Эпштейн В. М.* Версия современной теории эволюционной систематики // Труды Зоологического института РАН. Прил. № 1. 2009. С. 272–293.
- Broughton V.* The need for a faceted classification as the basis of all methods of information retrieval // New Information Perspectives. 2006. Vol. 58 (1/2). P. 49–72.
- Cherkashin A. K.* Polysystem modelling of geographical processes and phenomena in nature and society // Mathematical modelling of natural phenomena. 2009. Vol. 4, N 5. P. 4–20.
- Frolof A. A., Cherkashin A. K.* Altitudinal gradient as a complex factor for formation of landscape microzonality and geosystem serialness // Geography and Natural Resources. 2012. Vol. 33, N 1. P. 10–18.
- Hall M. Jr.* The group theory. New York : MacMillan. Co., 1959. 13+434 p.
- Husemöller D.* Fibre bundles, New York : Springer, 2013. 356 p.
- Mayr E., Ashlock P. D.* Principles of systematic zoology. New York : McGraw-Hill College, 1991. 475 p.
- Mirkin B.* Mathematical classification and clustering. Dordrecht : Kluwer Academic Publ., 1996. 580 p.
- Nakahara M.* Geometry, topology and physics. Bristol, Philadelphia : Institute of physics publishing, 2003. 584 p.
- Nelson G.* Cladistics and evolutionary models // Cladistics. 1989. N 5. P. 275–289.
- Parrochia D.* Mathematical theory of classification // Encyclopedia of knowledge organization / eds. B. Hjørland, C. Gnoli. 2020. URL: https://www.isko.org/cyclo/mathematical_theory_of_classification#8 (date of access: 02.03.2022).
- Parrochia D., Neuville P.* Towards a general theory of classifications. Basel ; Heidelberg ; New York ; Dordrecht 4 London : Springer, 2013. 304 p.
- Pavlinov I. Ya.* Biological systematics: History and Theory. New York : CRC Press, 2021. 270 p.

- Restrepo G. Pachón L. A.* Mathematical aspects of the periodic law // *Foundations of Chemistry*. 2007. Vol. 9. P. 189–214.
- Rieppel O.* The taxonomic hierarchy // *The systematist. Newsletter of the Systematic Association*. 2006. Vol. 26. P. 5–9.
- Rosindell J., Harmon L. J.* OneZoom : a fractal explorer for the tree of life // *PLoS Biology*. 2012. Vol. 10, N 10. P. 1–5.
- Rozhkov V. A.* Classiology and soil classification // *Eurasian soil science*. 2012. Vol. 45, N 3. P. 221–230.
- Simpson G. G.* Principles of animal taxonomy. New York : Columbia Univ. Press, 1961. 247 p.
- Tikhonov A. N., Samarskii A. A.* Equations of mathematical physics. New York : Dover Publications Inc., 2011. 800 p.
- Wheeler W. C.* Systematics. A course of lectures. Oxford : Wiley-Blackwell, John Wiley & Sons, Ltd, 2012. 426 p.

References

- Varlamov V.V. Teoretiko-grupповое opisanie periodicheskoy sistemy` e`lementov [Group-theoretic description of the periodic system of elements]. *Matematicheskie struktury i modelirovanie* [Mathematical structures and modeling], 2018, no. 2(46), pp. 5-23. (in Russian)
- Grigor'ev A.A., Budyko M.I. O periodicheskom zakone geograficheskoy zonalnosti [On the periodic law of geographical zoning]. *Doklady AN SSSR* [Reports of the USSR Academy of Sciences], 1956, vol. 110, no. 1, pp. 129-132. (in Russian)
- Frolova N.L., Kireeva M.B., Harlamov M.A., Samsonov T.E., Entin A.L., Lur'e I.K. Kartografirovanie sovremennogo sostoyaniya i transformacii vodnogo rezhima rek Evropejskoj territorii Rossii [Mapping of the current state and transformation of the water regime of the rivers of the European territory of Russia]. *Geodeziya i kartografiya* [Geodesy and cartography], 2020, no. 7, pp.14-26. (in Russian)
- Krauklis A.A. Naturnaya model' [Natural model]. *Prirodnye rezhimy i topogeosistemy Priangarskoj tajgi* [Natural regimes and topogeosystems of the Angara taiga]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1975, pp. 28-49. (in Russian)
- Krauklis A.A. *Problemy eksperimentalnogo landshaftovedeniya* [Problems of experimental landscape studies]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1979, 233 p. (in Russian)
- Miheev V.S., Ryashin V.A. *Landshafty Yuga Vostochnoj Sibiri. Karta. M 1: 1 500 000* [Landscapes of the south of Eastern Siberia. Map. M 1:1 500 000]. Ed. V.B. Sochava. Moscow, GUGK Publ., 1977. (in Russian)
- L'vovich M.I. *Opyt klassifikacii rek SSSR* [Experience of classification of rivers of the USSR]. Publications of GGI, 1938, iss. 6, pp. 58-104. (in Russian)
- Paulinov I.Ya. *Osnovaniya biologicheskoy sistematiki: istoriya i teoriya. Sbornik trudov Zoologicheskogo muzeya MGU* [The foundations of biological systematics: history and theory. Collection of works of the Zoological Museum of Moscow State University]. Moscow, Association of Scientific Publications KMK Publ., 2018, vol. 55, 786 p. (in Russian)
- Pozdnyakov A.A. Ontologicheskij status taksonov s tradicionnoj točki zreniya [Ontological status of taxa from the traditional point of view]. *Linneevskij sbornik* [The Linnean Collection]. Moscow, MGU Publ., 2007, vol. 48, pp. 261-304. (in Russian)
- Rozov M.A. Klassifikaciya i teoriya kak sistemy znaniya [Classification and theory as systems of knowledge]. *Na puti k teorii klassifikacii* [On the way to the theory of classification]. Novosibirsk, NGU Publ., 1995, pp. 81-127. (in Russian)
- Rozova S.S. *Klassifikacionnaya problema v sovremennoj nauke* [Classification problem in modern science]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1986, 223 p. (in Russian)
- Sochava V.B. K teorii klassifikacii geosistem s nazemnoj zhiznyu [On the theory of classification of geosystems with terrestrial life]. *Reports of the Institute of geography of Siberia and the Far East.*, 1972, vol. 34, pp. 3-14. (in Russian)
- Sochava V.B. *Vvedenie v uchenie o geosistemah* [Introduction to the doctrine of geosystems]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1978, 318 p. (in Russian)
- Subbotin A.L. *Klassifikaciya* [Classification]. Moscow, IF RAN Publ., 2001, 94 p. (in Russian)

- Suhanov L.P. *Lekcii po kvantovoj mekhanike* [Lectures on quantum mechanics]. Moscow, MFTI Publ., 2016, 181 p. Available at: https://mipt.ru/study/studyMaterials/kvant_mech.PDF. (date of access: 21.03.2022). (in Russian)
- Tahtadzhyan A.L. *Sistema magnoliofitov* [Magnoliophyte system]. Leningrad, Nauka Publ., 1987, 440 p. (in Russian)
- Tikunov V.S. *Klassifikacii v geografii: renessans ili uvyadanie? (Opyt formalnyh klassifikacij)* [Classifications in geography: Renaissance or withering? (Experience of formal classifications)]. Moscow, Smolensk, SGU Publ., 1997, 367 p. (in Russian)
- Fet A.I. *Gruppa simmetrii himicheskikh elementov* [Symmetry group of chemical elements]. Novosibirsk, Nauka Publ., 2010, 238 p. (in Russian)
- Cherkashin A.K. Estestvennaya klassifikaciya geograficheskikh sistem: modeli predstavleniya znaniy [Natural classification of geographical systems: knowledge representation models]. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Earth Science*, 2020, vol. 31, pp. 69-87. (in Russian)
- Cherkashin A.K. Ierarhicheskaya klassifikaciya geograficheskikh sistem [Hierarchical classification of geographical systems]. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Earth Science*, 2021, vol. 35, pp. 125-153. (in Russian)
- Shatalkin A.I. Taksonomiya. *Osnovaniya, principy i pravila* [Taxonomy. Foundations, principles and rules]. Moscow, Association of Scientific Publications KMK Publ., 2012, 600 p. (in Russian)
- Shipunov A.B. *Osnovy teorii sistematiki* [Fundamentals of the theory of taxonomy]. Moscow, Dialog-MGU Publ., 1999, 56 p. (in Russian)
- Epshtejn V.M. Versiya sovremennoj teorii evolyucionnoj sistematiki [Version of the modern theory of evolutionary systematics. Appendix N 1]. *Trudy Zoologicheskogo instituta RAN* [Proceedings of the Zoological Institute of the Russian Academy of Sciences], 2009, pp. 272-293. (in Russian)
- Broughton V. The need for a faceted classification as the basis of all methods of information retrieval. *New Information Perspectives*, 2006, vol. 58 (1/2), pp. 49-72.
- Cherkashin A.K. Polysystem modelling of geographical processes and phenomena in nature and society. *Mathematical modelling of natural phenomena*, 2009, vol. 4, no. 5, pp. 4-20.
- Frolof A.A., Cherkashin A.K. Altitudinal gradient as a complex factor for formation of landscape microzonality and geosystem serialness. *Geography and Natural Resources*, 2012, vol. 33, no. 1, pp. 10-18.
- Hall M.Jr. *The group theory*. New York, MacMillan. Co., 1959, 13+434 p.
- Husemöller D. *Fibre bundles*, New York, Springer, 2013, 356 p.
- Mayr E., Ashlock P.D. *Principles of systematic zoology*. New York, McGraw-Hill College, 1991, 475 p.
- Mirkin B. *Mathematical classification and clustering*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1996, 580 p.
- Nakahara M. *Geometry, topology and physics*. Bristol, Philadelphia, Institute of physics publishing, 2003. 584 p.
- Nelson G. Cladistics and evolutionary models. *Cladistics*, 1989, no. 5, pp. 275-289.
- Parrochia D. Mathematical theory of classification. In *Encyclopedia of knowledge organization*. Eds. B. Hjørland, C. Gnoli 2020. Available at: https://www.isko.org/cyclo/mathematical_theory_of_classification (date of access: 02.03.2022).
- Parrochia D., Neuville P. *Towards a general theory of classifications*. Basel, Heidelberg, New York, Dordrecht, London, Springer, 2013, 304 p.
- Pavlinov I.Ya. *Biological systematics: History and Theory*. New York, CRC Press, 2021, 270 p.
- Restrepo G. Pachón L. A. Mathematical aspects of the periodic law. *Foundations of Chemistry*, 2007, vol. 9, pp. 189-214.
- Rieppel O. The taxonomic hierarchy. *The systematist. Newsletter of the Systematic Association*, 2006, vol. 26, pp. 5-9.
- Rosindell J., Harmon L.J. OneZoom: a fractal explorer for the tree of life. *PLoS Biology*, 2012, vol. 10, no. 10, pp. 1-5.
- Rozhkov V.A. Classiology and soil classification. *Eurasian soil science*, 2012, vol. 45, no. 3, pp. 221-230.

- Simpson G.G. *Principles of animal taxonomy*. New York, Columbia Univ. Press, 1961, 247 p.
- Tikhonov A.N., Samarskii A.A. *Equations of mathematical physics*. New York, Dover Publications Inc., 2011, 800 p.
- Wheeler W. C. *Systematics. A course of lectures*. Oxford, Wiley-Blackwell, John Wiley & Sons Ltd, 2012, 426 p.

Сведения об авторе

Черкашин Александр Константинович
доктор географических наук, профессор,
заведующий, лаборатория теоретической
географии
Институт географии им. В. Б. Сочавы
СО РАН
Россия, 664033, г. Иркутск,
ул. Улан-Баторская, 1
e-mail: akcherk@irnok.net

Information about the author

Cherkashin Alexander Konstantinovich
Doctor of Sciences (Geography), Professor,
Head, Laboratory of Theoretical Geography
V. B. Sochava Institute of Geography SB RAS
1, Ulan-Batorskaya st., Irkutsk, 664033,
Russian Federation
e-mail: akcherk@irnok.net

Код научной специальности: 1.6.12.

Статья поступила в редакцию **31.08.2022**; одобрена после рецензирования **11.11.2022**; принята к публикации **05.03.2023**

The article was submitted **August, 31, 2022**; approved after reviewing **November, 11, 2022**; accepted for publication **March, 5, 2023**